

# Análisis De Escalabilidad Espacial Para Un Modelo Conceptual De Producción De Escorrentía

Miguel Ignacio Barrios Peña

Director: Dr. Félix Francés García

DEPARTAMENTO  
DE INGENIERÍA  
HIDRÁULICA  
Y MEDIO AMBIENTE



UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA

Valencia-2009

# Contenido

- Introducción
  - Objetivos
  - Metodología
- Resultados
  - Efecto de escala espacial
  - Escalamiento de parámetros
- Conclusiones
  - Futuras líneas de investigación

# Introducción

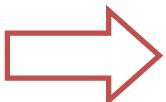
## *Problemas de escala en Hidrología*

- Heterogeneidad de parámetros
- Diferentes procesos dominantes a diferentes escalas
- Carencia de datos observados
- Información en diferentes soportes
- Imposición de escala por limitaciones computacionales

# Introducción

## *Agregación*

(Wigmosta y Prasad, 2005)

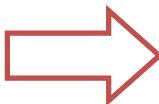


- Cambiar la representación matemática del flujo a diferentes escalas
- Promediar variables y parámetros
- Parámetros Efectivos

# Introducción

## *Agregación*

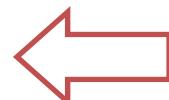
(Wigmosta y Prasad, 2005)



- Cambiar la representación matemática del flujo a diferentes escalas
- Promediar variables y parámetros
- **Parámetros Efectivos**



## *Aumenta la incertidumbre*



- No Estacionarios
- Pierden soporte físico
- No siempre son equivalentes al valor promedio en la microescala

# Objetivos

- Analizar el efecto de la heterogeneidad de los parámetros en la microescala sobre los parámetros efectivos a escala de celda, asumiendo que el modelo hidrológico es válido en ambas escalas.
- Analizar cómo afecta la incertidumbre de los parámetros en la microescala en la estimación de los parámetros efectivos a escala de celda.
- Investigar el efecto del tamaño de celda y la escala integral en la estimación de los parámetros efectivos.
- Proponer un modelo matemático que relacione los parámetros físicos (por naturaleza estacionarios) con los parámetros efectivos que en la práctica no son estacionarios.

# Metodología

*Modelo Hidrológico Distribuido TETIS*  
(Francés et al., 2002)

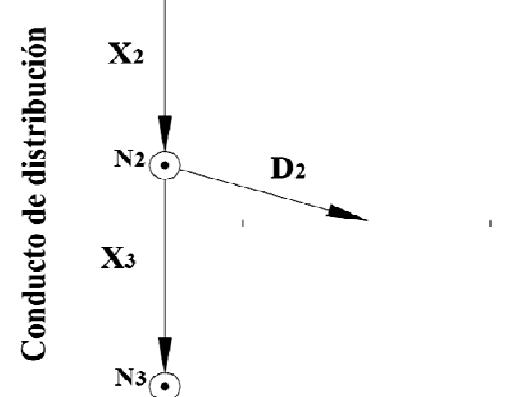
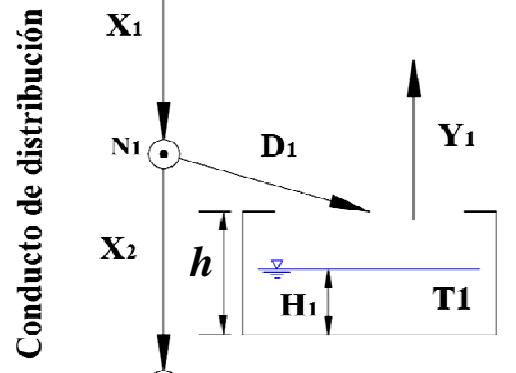
Almacenamiento estático:

$$X_2 = \text{Max} [0; X_1 - h + H_1]$$

$$Y_1 = \text{Min} [ETP \cdot \lambda; H_1]$$

Nodo de infiltración gravitacional:

$$X_3 = \text{Min} [X_2; \Delta t \cdot k]$$



# Metodología

*Campos aleatorios de parámetros:*

*Suelos con una distribución lognormal de “h” y “k”*  
(Muestreo por Hipercubo Latino)

- Segmentación de la pdf en n intervalos  $(0,1/n), (1/n,2/n), \dots, (1-1/n,1)$
- Selección aleatoria de cada intervalo (memoria)
- Generación aleatoria de x dentro de cada intervalo

*Estructura de dependencia espacial (semivariograma)*  
(Factorización de Cholesky)

$$\left. \begin{array}{l} \underline{\underline{R}} = \underline{\underline{U}} \times \underline{\underline{U}}' \\ \underline{\underline{R}}^* = \underline{\underline{V}} \times \underline{\underline{V}}' \end{array} \right\} \quad \underline{\underline{X}}^* = \underline{\underline{X}} (\underline{\underline{V}} \times \underline{\underline{U}}^{-1})'$$

$$\rho(d) = \exp\left(\frac{-3d}{a}\right)$$

# Metodología

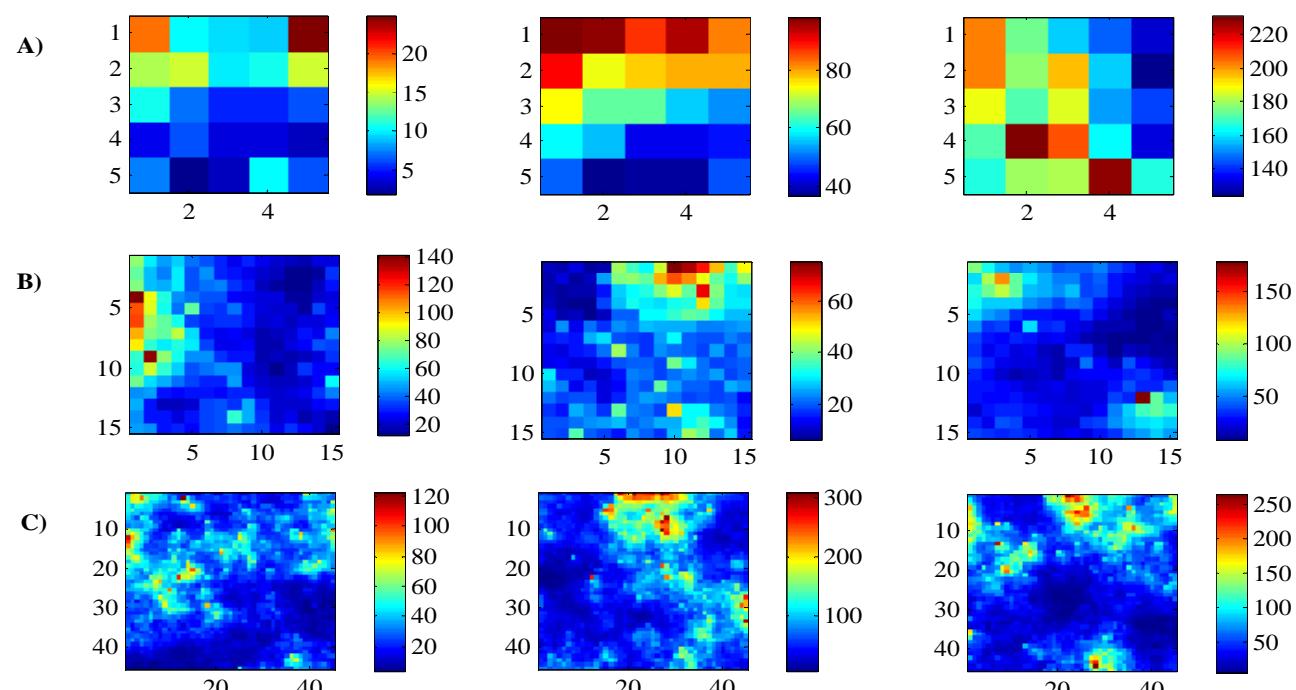
## *Campos aleatorios de parámetros:*

Macroescalas (E2):

A) Celdas de  $10 \times 10 \text{m}^2$ .  
500 realiz.

B) Celdas de  $30 \times 30 \text{m}^2$ .  
500 realiz.

C) Celdas de  $90 \times 90 \text{m}^2$ .  
2500 realiz.



Soporte microescala (E1):  $2 \times 2 \text{m}^2$ .

Media $h$ (mm)	Media $k$ (mm/h)	CV
70	20	0.5
		1
		1.5
		2

18 Longitudes de correlación:

$a = 5, 10, 20, \dots, 100, 150, 200, 300, 500, 1000, 5000$  y  $10000 \text{ m}$

# Metodología

*Técnica de escalamiento:*

$$X_2[E2] = \sum_{i=1}^n X_{2i}$$

$$X_3[E2] = \sum_{i=1}^n X_{3i}$$

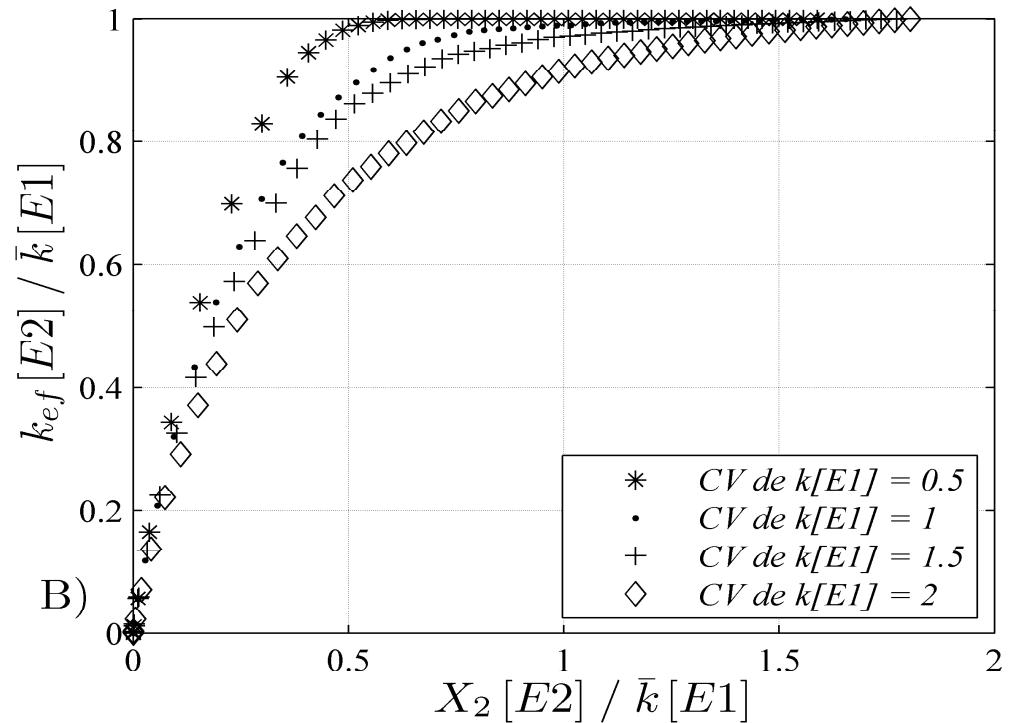
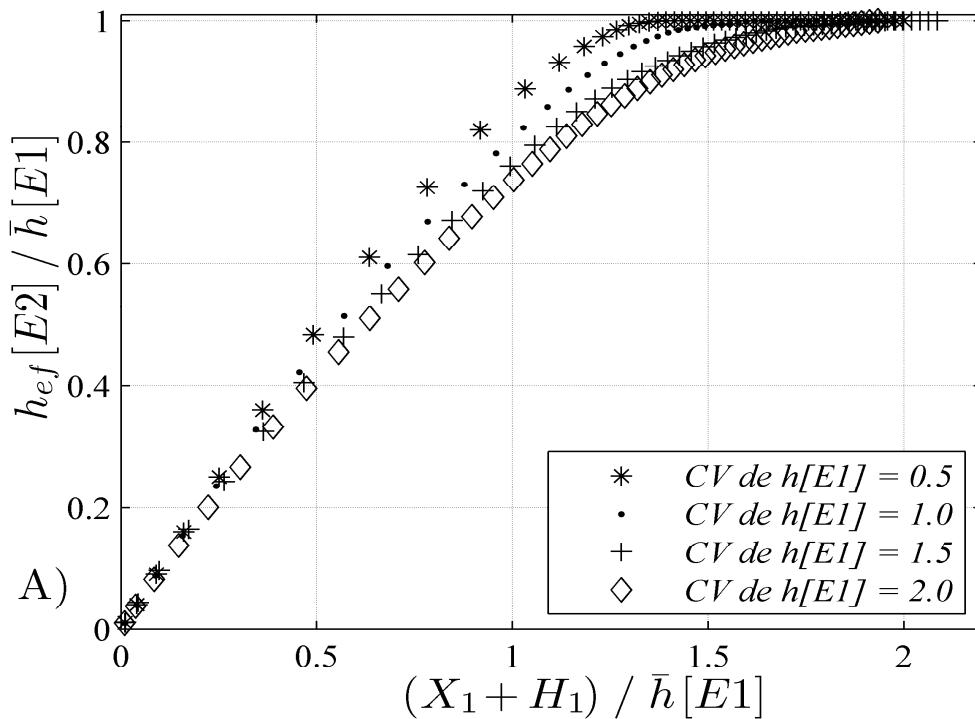
*Solución del problema inverso:*

$$h_{ef} = X_1[E2] + H_1[E2] - X_2[E2]$$

$$k_{ef} = \begin{cases} X_2[E2] \cdot (\Delta t)^{-1} & X_3[E2] = X_2[E2] \\ X_3[E2] \cdot (\Delta t)^{-1} & X_3[E2] \neq X_2[E2] \end{cases}$$

# Efecto de escala espacial

( $a = 100$  m)



- A) Capacidad máxima de almacenamiento estático  $h_{ef}[E2]$  en función de la precipitación  $X_1(t)$ ,  $H_1(t)$  y la variabilidad espacial de  $h[E1]$ .
- B) Conductividad hidráulica saturada  $k_{ef}[E2]$  en función del excedente de precipitación  $X_2(t)$  y la variabilidad espacial de  $k[E1]$ .

# Efecto de escala espacial

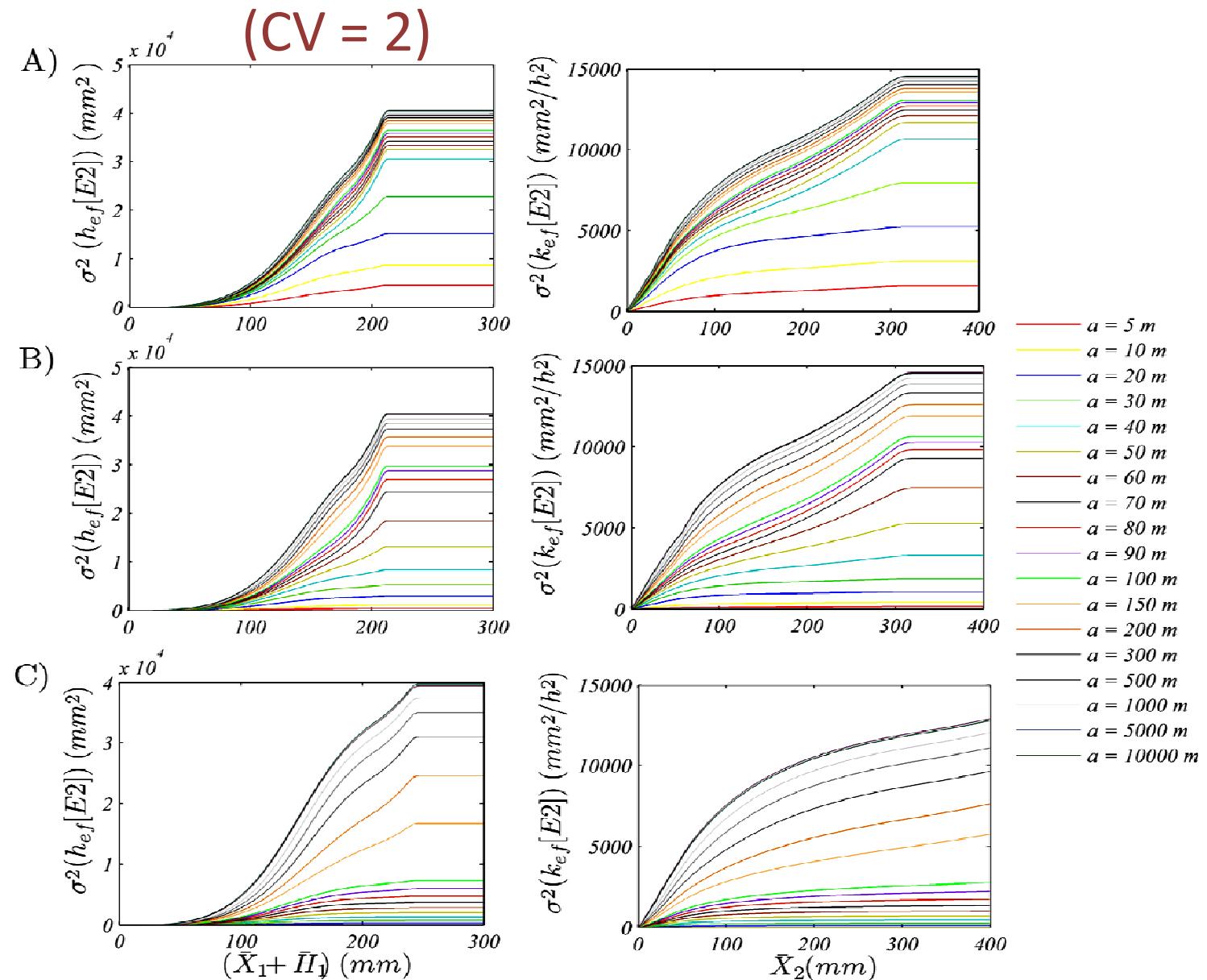
$$\lim_{a \rightarrow \infty} \text{Var}(h_{ef}) = \text{Var}(h)$$

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \text{Var}(k_{ef}) = \text{Var}(k)$$

A) Celdas de  $10 \times 10 \text{ m}^2$ .

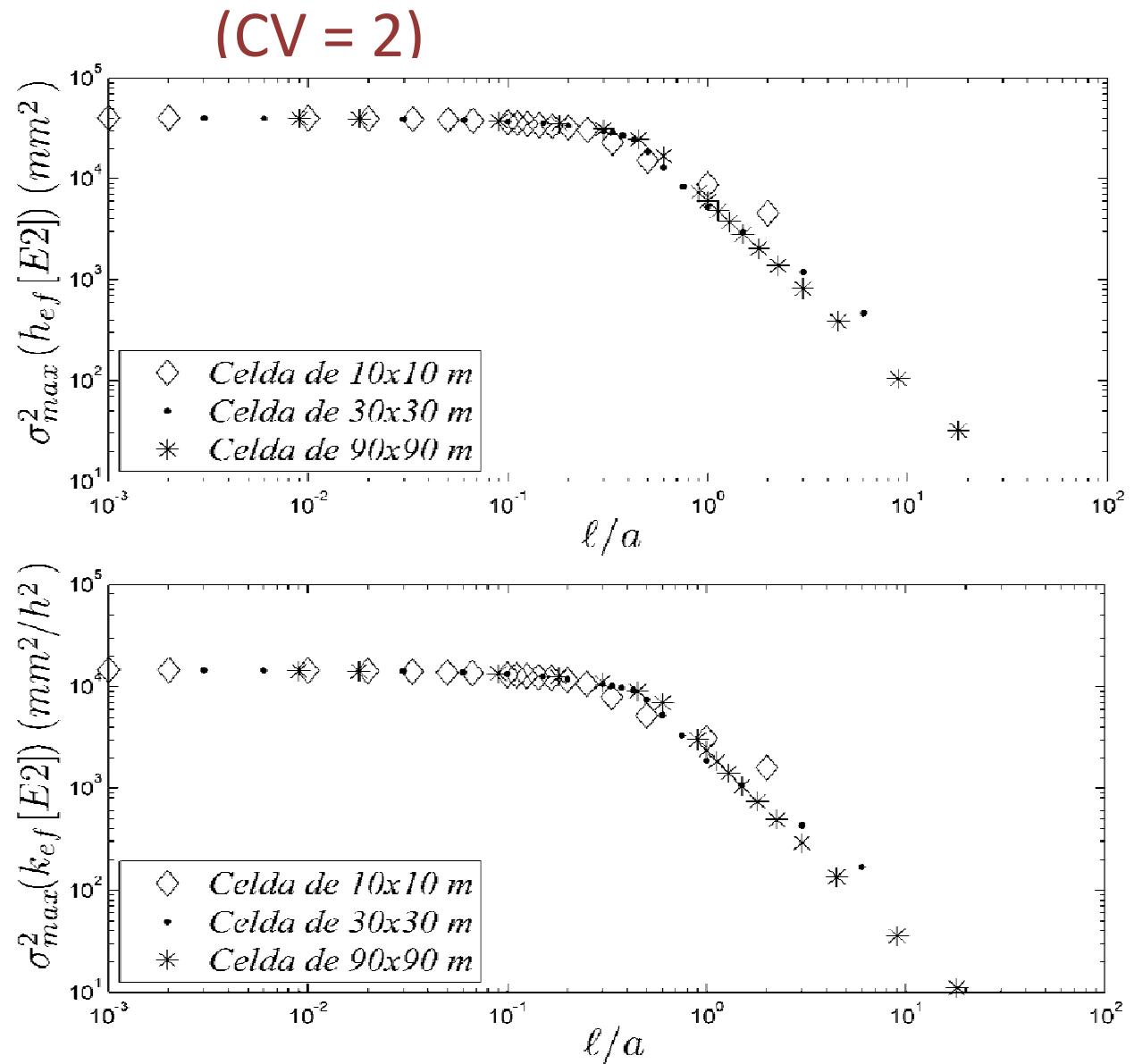
B) Celdas de  $30 \times 30 \text{ m}^2$ .

C) Celdas de  $90 \times 90 \text{ m}^2$ .



# Efecto de escala espacial

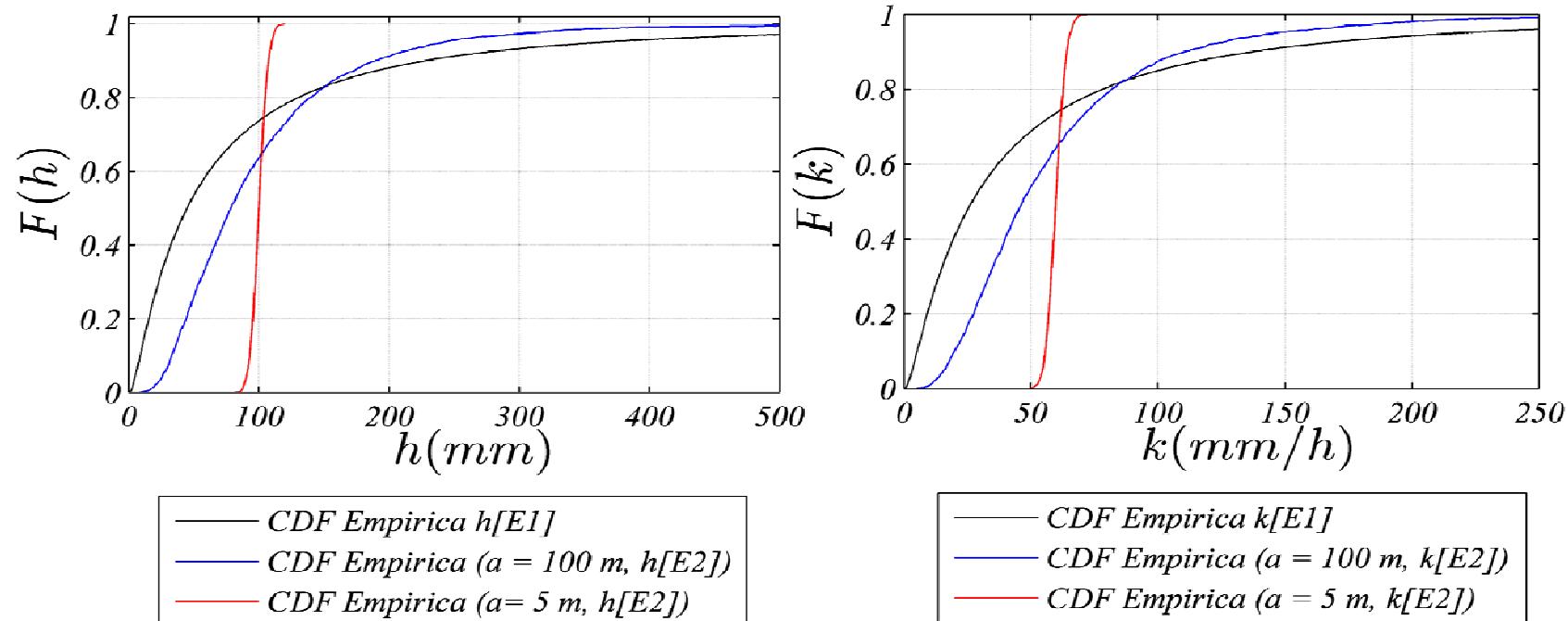
Relación de  $\ell/a$   
con el concepto  
de **REA**:  
*Wood et al. (1988)*  
*Martínez et al. (2007)*



# Efecto de escala espacial

(CV = 2)

Transferencia de incertidumbre de la *microescala* a la *macroescala*:



# Escalamiento de parámetros

Capacidad de almacenamiento estático efectiva:

$$h_{ef\langle t \rangle} = (X_{1\langle t \rangle} + H_{1\langle t \rangle}) \left\{ 1 - \Phi \left[ \frac{\ln(X_{1\langle t \rangle} + H_{1\langle t \rangle}) - \mu_h}{\sigma_h} \right] \right\} + \bar{h} \left\{ \Phi \left[ \frac{\ln(X_{1\langle t \rangle} + H_{1\langle t \rangle}) - \mu_h}{\sigma_h} - \omega_1 \mu_h \omega_2 \sigma_h \right] \right\} \quad [1]$$

Función objetivo:

$$FO = \frac{\sum (O_i - E_i)^2}{N}$$

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 0.93 \\ \omega_2 &= -0.47 \end{aligned}$$

# Escalamiento de parámetros

Conductividad hidráulica saturada efectiva:

$$k_{ef \langle t \rangle} = \bar{k} \left\{ \varepsilon \left( X_{2 \langle t \rangle}, \alpha \times \sigma_k \right) \right\} - X_{2 \langle t \rangle} \left\{ \varepsilon \left( X_{2 \langle t \rangle}, \alpha \times \sigma_k \right) \right\} \quad [2]$$

Función objetivo:

$$FO = \frac{\sum (O_i - E_i)^2}{N} \quad \alpha = 0.19$$

# Escalamiento de parámetros

Predicción de la escorrentía directa (ED), excedente de precipitación (X2) e infiltración gravitacional (X3).

## 3 Escenarios:

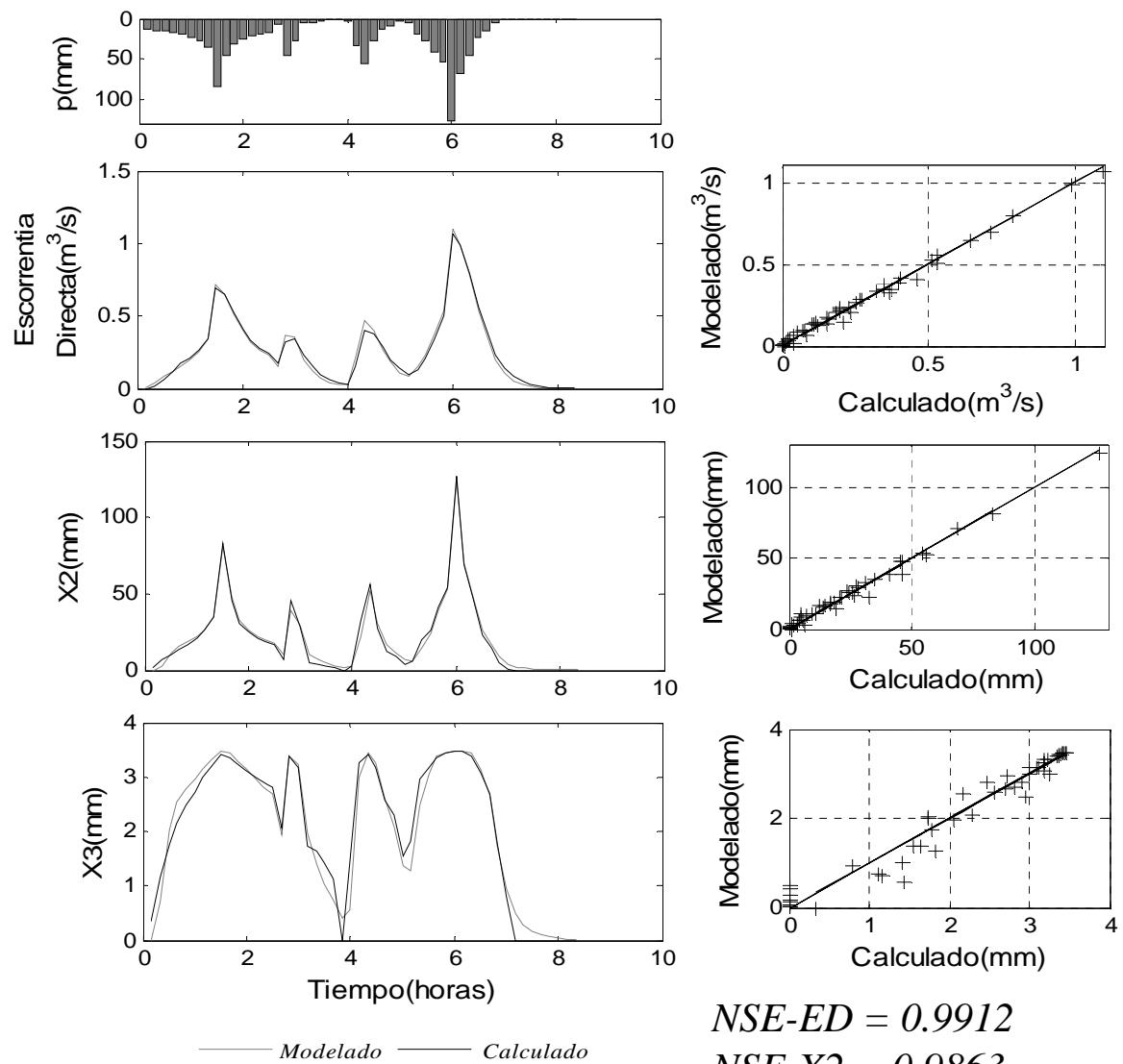
Tormenta 1:  $I = 130.4 \text{ mm/h}$ .

Tormenta 2:  $I = 32.6 \text{ mm/h}$ .

Tormenta 3:  $I = 8.2 \text{ mm/h}$ .

200 intervalos de tiempo

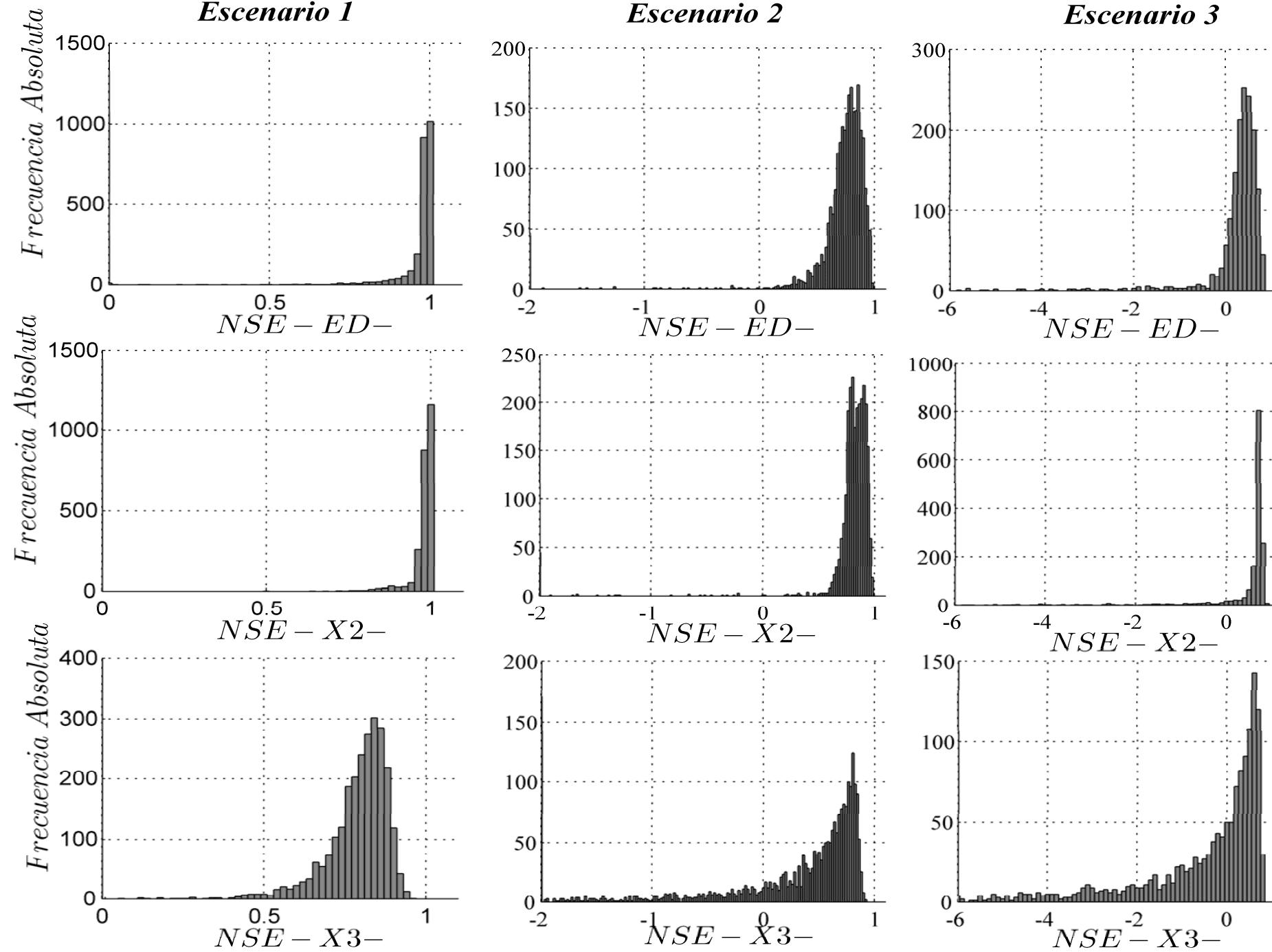
2500 campos de parámetros



$$NSE-ED = 0.9912$$

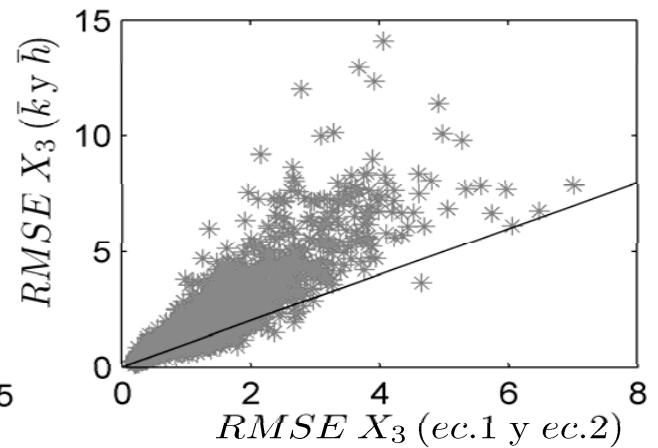
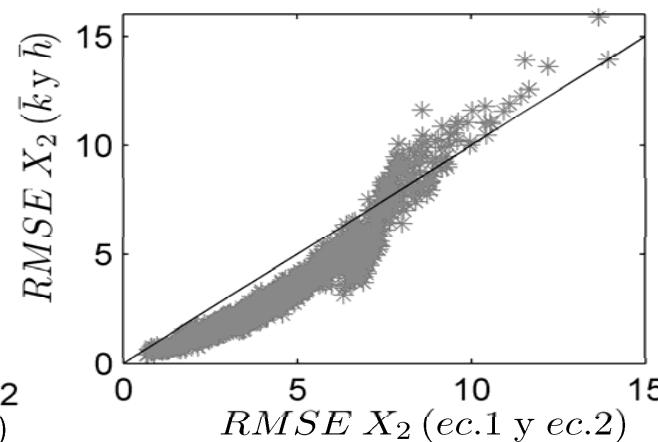
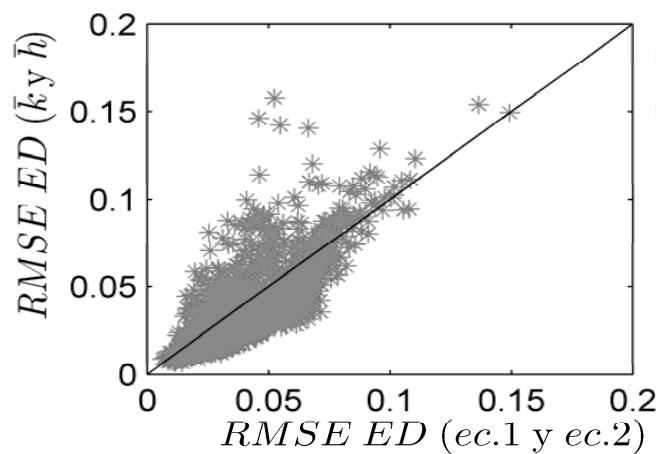
$$NSE-X2 = 0.9863$$

$$NSE-X3 = 0.9582$$



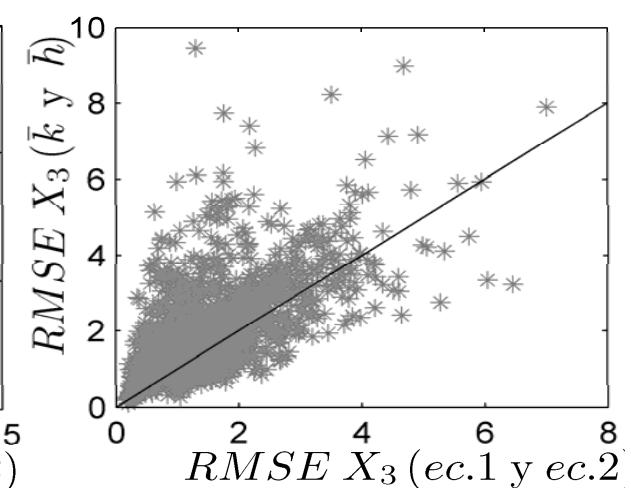
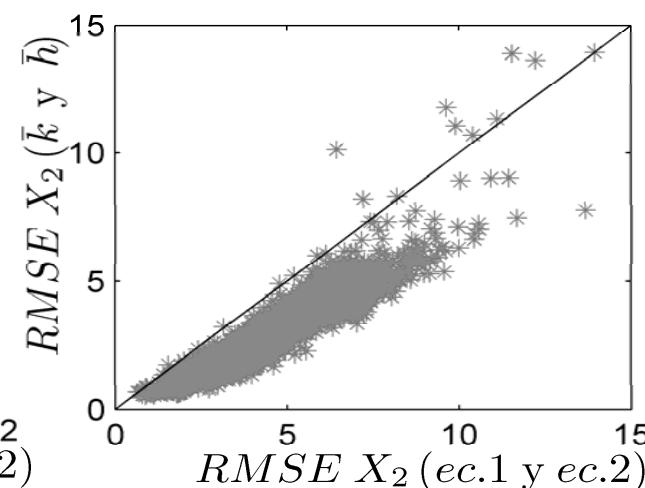
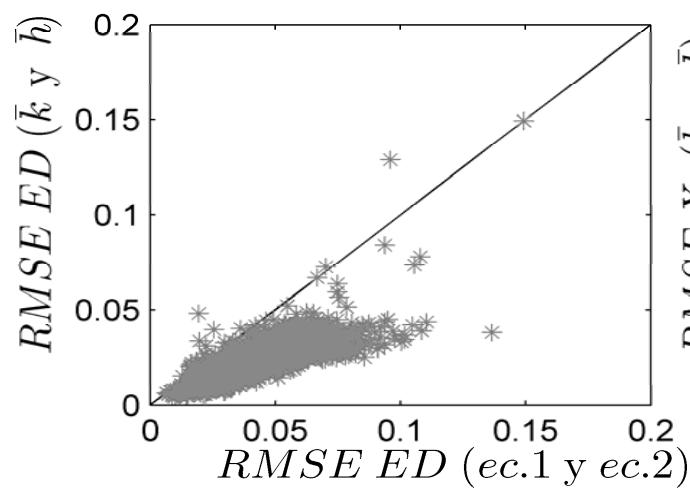
# Escalamiento de parámetros

*Comparación con parámetros medios:*



# Escalamiento de parámetros

*Comparación con parámetros calibrados para ED en cada escenario y realización de campo:*



# Conclusiones

- Los parámetros efectivos ( $hef$ ,  $kef$ ) se encuentran en el intervalo entre cero al valor promedio en la microescala.
- $hef$  en cada instante de tiempo depende del valor de  $X_1$ ,  $H_1$  y de los momentos de primero y segundo orden de  $h$  a nivel de microescala.  $kef$  depende de  $X_2$  y los momentos de primero y segundo orden de  $k$  a nivel de microescala.
  - En los dos casos no depende de la longitud de correlación  $\ell$ .
- Al aumentar la relación “ $\ell/a$ ” se disminuye la varianza de estimación de los parámetros efectivos. El tamaño de celda más adecuado para minimizar la incertidumbre en la estimación de los parámetros efectivos depende de la longitud de correlación.
- El concepto y la determinación del tamaño de REA están asociados tanto a las características hidrológicas de la cuenca como a sus propiedades estadísticas.

# Conclusiones

- A la luz de las simulaciones realizadas, se reconoce que las ecuaciones de escalamiento son unos buenos estimadores de los parámetros efectivos para eventos de tormentas extraordinarias, pero su fiabilidad se reduce para la simulación de eventos de pequeña magnitud.
- Se destaca la importancia de demostrar que las estructuras matemáticas propuestas son una representación adecuada del funcionamiento y tendencia de los parámetros efectivos  $h$  y  $k$  para un amplio número de casos.
- Los valores de  $hef$  y  $kef$  calculados con las ecuaciones de escalamiento tienden a representar mejor la variable de estado “infiltración gravitacional”  $X_3$  en contraste con la utilización de parámetros estacionarios.

# Futuras líneas de investigación

- El estudio de la transferencia de incertidumbre de la microescala hacia la macroescala debe ampliarse para diferentes condiciones de contorno mediante la aplicación de casos particulares con constatación empírica.
- Comparar el funcionamiento y robustez del modelo hidrológico al emplear parámetros efectivos transitorios y parámetros efectivos estacionarios en diferentes cuencas experimentales.
- Es importante analizar el efecto de la escala espacial teniendo en cuenta estructuras complejas de heterogeneidad en la conceptualización de los procesos hidrológicos, como pueden ser la influencia de los caminos preferenciales de flujo, o el proceso de exfiltración.